



گزینه ۴

۱

چون ولتاژ لامپ نصف شده، پس طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ با فرض ثابت بودن مقاومت باید توان $\frac{1}{4}$ برابر یعنی 2 W باشد. باتوجه به اینکه ولتاژ نصف شده، نور لامپ و در نتیجه مقاومت لامپ کم می‌شود، پس طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ باید توان بیش از 2 W باشد که گزینه "۴" امکان‌پذیر است.

گزینه ۳

۲

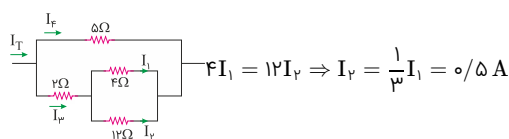
$$\frac{P_{\text{اسمی}}}{P} = \frac{V^2_{\text{اسمی}}}{V^2} \Rightarrow \frac{200}{P} = \left(\frac{220}{110}\right)^2 \Rightarrow P = 50\text{ W}$$

$$U = P t = 50 \times 10^{-3} \text{ kW} \times 10 \text{ h} = 0.5 \text{ kWh}$$

گزینه ۴

۳

باتوجه به مقدار جریان عبوری از مقاومت $4\ \Omega$ ، جریان عبوری از مقاومت $12\ \Omega$ را حساب می‌کنیم.



دراین صورت جریان عبوری از شاخه پایین برابر است با:

$$I_3 = I_1 + I_2 = 1/5 \text{ A} + 0.5/5 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

از طرفی چون مقاومت معادل شاخه پایین با مقاومت شاخه بالا برابر است، لذا جریان عبوری از این دو شاخه باهم برابر است.

$$R_{\text{شاخه پایین}} = 2 + \left(\frac{4 \times 12}{4 + 12}\right) = 5\ \Omega \Rightarrow I_F = I_3 = 2 \text{ A}$$

بنابراین جریان عبوری از کل مدار برابر است با:

$$I_T = I_F + I_3 = 4 \text{ A}$$

این جریان از فیوز عبور می‌کند؛ بنابراین بیشترین جریان عبوری از فیوز برابر 4 A است.

گزینه ۳

۴

توان ۳۶ درصد کاهش یافته است؛ بنابراین داریم:

$$P_2 = P_{\text{اسمی}} - 0.36 P_{\text{اسمی}} = 100 - 0.36 \times 100 = 64\text{ W}$$

$$\text{با استفاده از رابطه } \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \text{ داریم:}$$

$$P_2 = 64\text{ W} , \quad P_1 = 100\text{ W} , \quad V_1 = 200\text{ V}$$

$$\frac{64}{100} = \left(\frac{V}{200}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{8}{10} = \frac{V}{200} \Rightarrow V = 160\text{ V}$$

بنابراین ولتاژ به اندازه $200 - 160 = 40\text{ V}$ افت کرده است.

گزینه ۴

۵

با بستن کلید k مقاومت R_1 به صورت موازی به مدار افزوده می‌شود و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد پس داریم:

$$V \text{ کاهش} \Rightarrow I \text{ افزایش} \Rightarrow V = \varepsilon - Ir \Rightarrow R_{\text{eq}}$$

گزینه ۱

۶

$$r = \sqrt{R_1 R_2} = \sqrt{4 \times 9} = 6\ \Omega$$

مقاومت‌های ۳۰ و ۶۰ اهمی موازی هستند پس مقاومت R_T معادل در مدار را حساب کنیم.

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{2+1}{60} = \frac{3}{60} \Rightarrow R_T = \frac{60}{3} = 20 \Omega$$

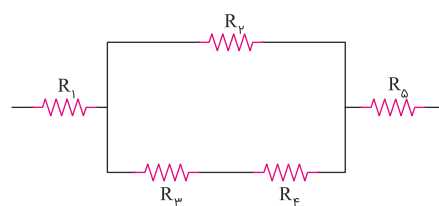
$$R_T I^2 = 3r I^2 \Rightarrow R_T = 3r \Rightarrow r = \frac{20}{3} \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{40}{20 + \frac{20}{3}} = \frac{40}{\frac{80}{3}} = 1.5 \text{ (A)}$$

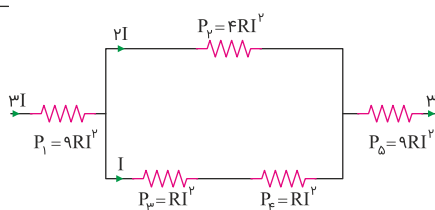
$$\text{قاعدهٔ انشعاب: } \frac{I_{60}}{I_{30}} = \frac{R_{30}}{R_{60}} = \frac{1}{2} \xrightarrow{I_{30}=1.5-I_{60}} I_{60} = 0.5 \text{ (A)}$$

$$P = \text{مقاومت } 60 \times (0.5)^2 = 15 \text{ (W)}$$

برای سادگی در حل سؤال مقاومت را شماره‌گذاری می‌کنیم:



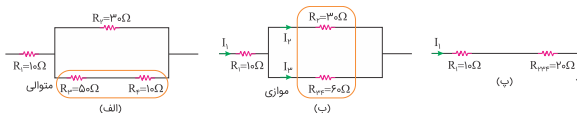
ابتدا مقاومتی که بیشترین توان را مصرف می‌کند (بیشترین جریان عبوری را دارد) می‌یابیم. بدیهی است که مقاومت R_1 یا R_4 دارای بیشترین جریان عبوری هستند. فرض می‌کنیم جریان $3I$ از مقاومت R_1 بگذرد:



$$P_1 = 9RI^2 = 18 \text{ W} \Rightarrow RI^2 = 2 \Rightarrow P_1 = 18 \text{ W}, P_2 = 8 \text{ W}, P_3 = 2 \text{ W}, P_4 = 18 \text{ W} \Rightarrow P_T = 46 \text{ W}$$

مدار را تا رسیدن به مجموعه‌ای از مقاومت‌های متوالی (یا موازی) ساده می‌کنیم. مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ متوالی‌اند و معادلشان ($R_{۳۴} = ۶\Omega$) با $R_۲ = ۳\Omega$ موازی است.

$$R_{۲۳۴} = \frac{R_۲ R_{۳۴}}{R_۲ + R_{۳۴}} = \frac{۳\Omega \times ۶\Omega}{۳\Omega + ۶\Omega} = \frac{۱۸\Omega}{۹} = ۲\Omega$$



اصلاً دنبال چه هستیم؟! دنبال مقاومتی که بیشترین توان را مصرف می‌کند. به شکل (ب) توجه کنید. جریان عبوری از شاخه‌های مدار را با $I_۱$ ، $I_۲$ و $I_۳$ نشان داده‌ایم. اسم کوچک‌ترین جریان را I بگذارید و بقیهٔ جریان‌ها را برحسب آن تعیین کنید. کوچک‌ترین جریان متعلق به مقاومت $R_{۳۴}$ است.

$$\begin{aligned} R_۲ \parallel R_{۳۴} &\Rightarrow V_۲ = V_{۳۴} \Rightarrow R_۲ I_۲ = R_{۳۴} I_۳ \Rightarrow ۳\Omega I_۲ = ۶\Omega I_۳ \\ &\Rightarrow I_۲ = ۲I_۳ \xrightarrow{(I_۲=I)} I_۲ = ۲I \\ I_۱ = I_۲ + I_۳ &= ۲I_۳ + I_۳ = ۳I_۳ = ۳I \end{aligned}$$

بر اساس رابطهٔ $P = \frac{V^۲}{R}$ در مقاومت‌های موازی (که ولتاژها یکسان است) P و R نسبت عکس دارند؛ پس:

$$R_۲ < R_{۳۴} \Rightarrow P_۲ > P_{۳۴} \Rightarrow P_۲ > P_۳ + P_۴$$

پس توان مصرفی $R_۲$ از مجموع توان مصرفی مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ (یعنی $P_{۳۴}$) بزرگ‌تر است. توان مصرفی $R_۱$ و $R_۲$ را باهم مقایسه کنید تا بفهمید کدام مقاومت بیشترین توان را مصرف می‌کند.

$$\begin{aligned} P_۱ &= R_۱ I_۱^۲ = ۱\Omega \times (۳I)^۲ = ۹\Omega I^۲ \\ P_۲ &= R_۲ I_۲^۲ = ۳\Omega \times (۲I)^۲ = ۱۲\Omega I^۲ \Rightarrow P_۲ > P_۱ \Rightarrow P_۲ = P_{\max} = ۱۰۰\text{ W} \end{aligned}$$

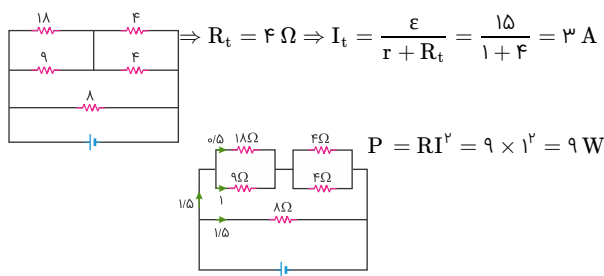
بهتر است به‌جای محاسبهٔ توان مصرفی تک‌تک مقاومت‌های باقی‌مانده، توان مصرفی مقاومت معادل را حساب کنیم.

$$R_{\text{eq}} = R_۱ + R_{۲۳۴} = ۱\Omega + ۲\Omega = ۳\Omega$$

اگر در شکل (پ) جای مقاومت‌های $R_۱$ و $R_{۲۳۴}$ را به مقاومت معادلشان بدهید، جریان $I_۱$ از آن عبور می‌کند.

$$\begin{aligned} P_{\text{eq}} &= R_{\text{eq}} I_۱^۲ \Rightarrow P_{\text{eq}} = ۳\Omega \times (۳I)^۲ = ۲۷\Omega I^۲ \\ &\xrightarrow{(P_۲=P_{\max}=۱۲\Omega I^۲)} \frac{P_{\text{eq}}}{P_۲} = \frac{۲۷\Omega}{۱۲\Omega} \Rightarrow \frac{P_{\text{eq}}}{۱۰۰} = \frac{۹}{۴} \Rightarrow P_{\text{eq}} = ۲۲۵\text{ W} \end{aligned}$$

مدار را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:



تقسیم شدن جریان به‌صورت زیر می‌باشد:

باتوجه به اینکه در مدارهای موازی، جریان‌ها به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شوند، می‌توان نوشت:

$$I_1 = I, \quad I_V = \frac{I}{\epsilon}, \quad I_W = \frac{I}{\vartheta}, \quad I_F = \frac{I}{\gamma}$$

حال با استفاده از رابطه $P = RI^2$ داریم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = \epsilon I^2, \quad P_V = R_V I_V^2 = \vartheta \times \frac{I^2}{\epsilon^2} = \frac{I^2}{\vartheta}, \quad P_W = R_W I_W^2 = \epsilon \times \frac{I^2}{\vartheta} = \frac{\vartheta I^2}{\vartheta}$$

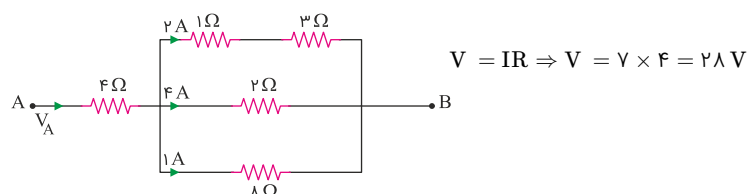
$$P_F = R_F I_F^2 = \epsilon \times \frac{I^2}{\epsilon} = I^2$$

بنابراین بیشترین توان متعلق به مقاومت R_1 و کمترین توان متعلق به مقاومت R_W است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{P_1}{P_V} = \frac{\epsilon I^2}{\frac{I^2}{\vartheta}} = \vartheta$$

$$P = RI^2 \Rightarrow \vartheta = \vartheta I^2 \Rightarrow I = \vartheta A$$

پس تقسیم شدن جریان به صورت مقابل خواهد بود:

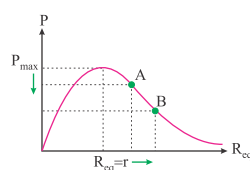


$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} = \frac{\lambda}{\epsilon} \times \frac{\vartheta}{\vartheta} = \vartheta$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^2 \times \frac{R_A}{R_B} = \vartheta^2 \times \frac{\lambda}{\vartheta} = \frac{\lambda}{\vartheta}$$

$$E = P t \Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{P_A}{P_B} \times \frac{t_B}{t_A} = \frac{\lambda}{\vartheta} \times \frac{\vartheta}{\lambda} = \lambda$$

به نمودار زیر توجه کنید:



رئوستا در موقعیت A: مقاومت رئوستا، R_W و همگی باهم موازی هستند و معادل آن‌ها با مقاومت‌های R_1 و R_F متوالی هستند. $\Leftarrow$ پس مقاومت کل مجموعه بزرگ‌تر از مقاومت داخلی مولد خواهد بود.

رئوستا در موقعیت B: به طولی از مقاومت رئوستا که در مدار قرار گرفته افزوده شده است ($R = \rho \frac{L}{A}$)؛ پس مقاومت آن و در نتیجه معادل مقاومت خارجی کل مدار افزایش می‌یابد. با نمایش این توضیحات روی نمودار کشیده شده متوجه می‌شویم توان خروجی مولد کاهش می‌یابد.

در یک باتری الکترولیتی واکنش‌های شیمیایی کار W را انجام می‌دهند تا بار q را از پایانه منفی تا پایانه مثبت انتقال دهند. در این جابه‌جایی، کار انجام‌شده توسط باتری برای انتقال واحد بار، "نیروی محرکه" نامیده می‌شود و با $\mathcal{E}$ نشان داده می‌شود.

$$q = It \xrightarrow{(t=60s)} q = (\vartheta \times 10^{-3}) \times 60 = 0/12 C$$

$$\mathcal{E} = \frac{W}{q} \Rightarrow \vartheta = \frac{W}{0/12} \Rightarrow W = 0/36 J$$

اگر به ازای دو مقدار مقاومت خارجی، توان مفید مولد یکسان بشود رابطه زیر برقرار است:

$$r = \sqrt{R_1 R_2} \Rightarrow \epsilon = \sqrt{\mathcal{P} \times R_2} \Rightarrow R_2 = 12 \Omega$$

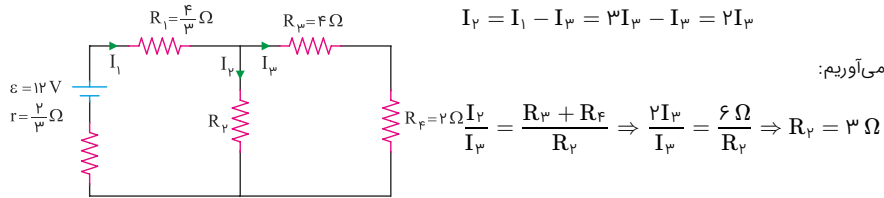
ابتدا نسبت جریان عبوری از دو مقاومت R_1 و R_2 را به دست می‌آوریم:

$$V_{R_1} = V_{R_2} \Rightarrow \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{P}}(I_1) = \mathcal{F}(I_2) \Rightarrow I_1 = \mathcal{P}I_2$$

با توجه به رابطه جریان‌ها در گره A داریم:

$$I_2 = I_1 - I_3 = \mathcal{P}I_2 - I_3 = 2I_3$$

با استفاده از نسبت جریان‌ها در مقاومت‌های موازی، مقاومت R_2 را به دست می‌آوریم:



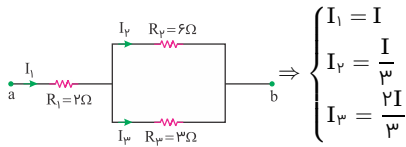
حالا مقاومت معادل کل و سپس جریان عبوری از باتری را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{P}} + \frac{\epsilon \times \mathcal{P}}{\epsilon + \mathcal{P}} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{P}} + 2 = \frac{10}{\mathcal{P}} \Omega$$

$$I_{\text{باتری}} = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} = \frac{12}{\frac{10}{\mathcal{P}} + \frac{1}{\mathcal{P}}} = \mathcal{P} \text{ A}$$

حالا توان تلف‌شده باتری را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{تلف شده}} = rI^2 = \frac{1}{\mathcal{P}} \times \mathcal{P}^2 = 6 \text{ W}$$



حال توان مصرفی هر یک را برحسب I به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 = I_1 I_1^r = 2I^2 \\ P_2 = R_2 I_2^r = 4\left(\frac{I}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}I^2 \\ P_3 = R_3 I_3^r = 3\left(\frac{2I}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}I^2 \end{cases}$$

$$\text{بیشترین توان} = P_1 = 2I^2 = 30 \Rightarrow I^2 = 15 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 30 \text{ W} \\ P_2 = 10 \text{ W} \\ P_3 = 20 \text{ W} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P_{\text{کل}} = 30 + 20 + 10 = 60 \text{ W}$$

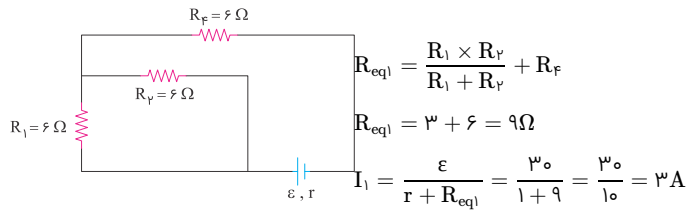
انرژی الکتریکی مصرفی این لامپ در یک ماه:

$$U = \frac{V^2}{R} t \Rightarrow U = \frac{200 \times 200}{100} (30 \times 16 \times 3600) = 192 \times 3600 \text{ (kJ)}$$

$$\frac{1 \text{ kWh} = 3600 \text{ kJ}}{\rightarrow U = \frac{192 \times 3600}{3600} = 192 \text{ kWh}}$$

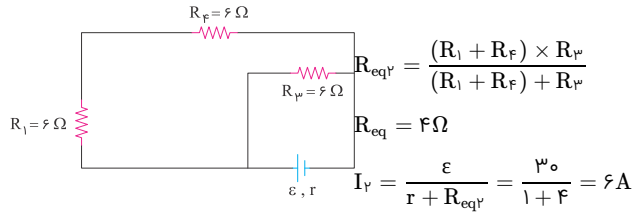
$$\text{تومان} = 192 \times 100 = 19200$$

حالت اول:



$$P_۱ = \varepsilon I_۱ - r I_۱^۲ = ۳۰(۳) - ۱(۳)^۲ = ۸۱ W$$

حالت دوم:



$$P_۲ = \varepsilon I_۲ - r I_۲^۲ = ۳۰(۶) - ۱(۶)^۲ = ۱۴۴ W$$

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{۱۴۴}{۸۱} = \frac{۱۶}{۹}$$